Тәжірибелік сабақ

Тақырып 12. Лопиталь ережелері.

1.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln^2 x}{x^3}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\left[\ln^2 x\right]'}{\left(x^3\right)'}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2\ln x}{x}}{3x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\ln x}{3x^3}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(2\ln x\right)'}{\left(3x^3\right)'}=\frac{2}{3}\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{3x^2}=\frac{2}{9}\lim_{x\to\infty}\frac{1}{3x^3}=0.$$

(8)-ші формуланың сол жағынның шегі табылуы мүмкін, ал оң жағының шегі – табылмайды.

2.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\cdot\sin\frac{1}{x}}{x}=\lim_{x\to 0}x\cdot\sin\frac{1}{x}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(x^2\sin\frac{1}{x}\right)'}{\left(\sin x\right)'}=\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}=\lim_{x\to 0}2x\cdot\sin\frac{1}{x}-\lim_{x\to 0}\cos\frac{1}{x}=0-\lim_{x\to 0}\cos\frac{1}{x}$$ - шегі табылмайды

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin 5x}$ шегін есепте.

Берілген бөлшектің алымы мен бөлімі үзіліссіз, дифференциалданатын және нөлге ұмтылатын функция. Яғни, Лопиталь ережесін екі рет қолдана аламыз:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{x^2}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{4\sin x}{2x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{4*4\cos 4x}{2}=8.$$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\ln x\right)=\left(\infty-\infty\right)=\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right).$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}=0\Rightarrow\lim_{x\to\infty}x\left(1-0\right)=\infty.$$

в) 1^{∞}, 0^{0}, ∞^{0} анықталмағандықтары $y=\left[f(x)\right]^{g(x)}$ өрнегінен шығады және теңдіктің екі жағын да логарифмдеу арқылы $0\cdot\infty$ анықталмағандық түріне келтіреміз.

Мысал 6.

$$\lim_{x\to 0}x^{\sin x}=\left(0^0\right)\Rightarrow\left|y=x^{\sin x}\Rightarrow\ln y=\sin x\ln x\right|=\lim_{x\to 0}\ln y=\lim_{x\to 0}\sin x\cdot\ln x=\left(0\cdot\infty\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{\frac{1}{\sin x}}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{\cos x}{\sin^2 x}}=-\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x\cos x}=-\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x\cos x}=-\lim_{x\to 0}\frac{x}{\cos x}=0.$$

Немесе $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=0\Rightarrow y=e^0=1.$